



CANPOINT®

全品 高考复习方案

主编：肖德好

数学 作业手册
基础版 A版

沈阳出版发行集团
沈阳出版社

CONTENTS

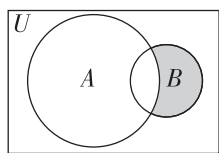
第1讲	集合	355
第2讲	常用逻辑用语	356
第3讲	等式性质与不等式性质	357
第4讲	基本不等式	359
第5讲	一元二次方程、不等式	361
第6讲	函数的概念及其表示	363
第7讲	函数的单调性与最值	365
第8讲	函数的奇偶性、周期性、对称性	367
微专题1	函数性质的综合应用	369
第9讲	二次函数与幂函数	370
第10讲	指数与指数函数	372
第11讲	对数与对数函数	374
微专题2	指、对、幂的大小比较	376
第12讲	函数的图象	377
第13讲	函数的零点与方程的解	379
第14讲	函数模型及其应用	381
第15讲	导数的概念及其意义、导数的运算	383
第16讲	导数与函数的单调性	385
第17讲	导数与函数的极值、最值	387
微专题3	构造函数问题模型	389
第18讲	导数的综合问题	390
	第1课时 导数求解不等式恒(能)成立问题	390
	第2课时 利用导数研究函数零点	392
第19讲	任意角和弧度制与三角函数的概念	394
第20讲	同角三角函数的基本关系与诱导公式	396
第21讲	两角和、差及倍角公式	398
第22讲	简单的三角恒等变换	400
第23讲	三角函数的图象与性质	402
第24讲	函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 及三角函数的应用	404
微专题4	三角函数中与 ω 范围有关的问题	406
第25讲	正弦定理、余弦定理	407
微专题5	“爪形”三角形问题	409
第26讲	余弦定理、正弦定理应用举例	410
第27讲	平面向量的概念及其线性运算	413
第28讲	平面向量基本定理及坐标表示	415
第29讲	平面向量的数量积与平面向量应用举例	417
微专题6	平面向量中的综合问题	419
第30讲	复数	420

第 31 讲	数列的概念与简单表示法	421
微专题 7	由数列的递推关系求通项公式 a_n	423
第 32 讲	等差数列	424
第 33 讲	等比数列	426
第 34 讲	数列求和	428
	第 1 课时 分组转化法与错位相减法求和	428
	第 2 课时 裂项相消法求和	430
第 35 讲	数列的综合问题	432
微专题 8	重构数列问题	434
第 36 讲	空间几何体	435
第 37 讲	空间点、直线、平面之间的位置关系	437
第 38 讲	空间直线与平面的平行	439
第 39 讲	空间直线与平面的垂直	441
第 40 讲	空间向量及其运算和空间位置关系	443
第 41 讲	空间角	445
第 42 讲	空间距离及立体几何中的探索性问题	447
微专题 9	空间动态问题	449
第 43 讲	直线的倾斜角与斜率、直线的方程	451
第 44 讲	两直线的位置关系	453
第 45 讲	圆的方程	455
第 46 讲	直线与圆、圆与圆的位置关系	457
第 47 讲	椭圆	459
	第 1 课时 椭圆的定义及性质	459
	第 2 课时 直线与椭圆的位置关系	461
第 48 讲	双曲线	463
第 49 讲	抛物线	465
第 50 讲	圆锥曲线热点问题	467
	第 1 课时 求值、最值与范围、证明问题	467
	第 2 课时 定点、定值、探索性问题	469
第 51 讲	随机抽样	471
第 52 讲	统计图表、用样本估计总体	474
第 53 讲	成对数据的统计分析	477
第 54 讲	两个计数原理	481
第 55 讲	排列与组合	482
第 56 讲	二项式定理	484
第 57 讲	随机事件与概率、古典概型	486
第 58 讲	随机事件的相互独立性与条件概率、全概率公式	488
第 59 讲	离散型随机变量的分布列和数字特征	490
第 60 讲	二项分布与超几何分布、正态分布	493
微专题 10	概率统计与数列、函数的综合问题	495

第1讲 集合 (时间:35 分钟)

夯实基础

- [2024·全国甲卷] 已知集合 $A=\{1,2,3,4,5,9\}$, $B=\{x|\sqrt{x}\in A\}$, 则 $\complement_A(A\cap B)=$ ()
A. $\{1,4,9\}$ B. $\{3,4,9\}$
C. $\{1,2,3\}$ D. $\{2,3,5\}$
- [2025·四川乐山调研] 已知集合 $A=\{-1,0,1\}$, $B=\{1,2\}$, $C=\{x|x=a+b, a\in A, b\in B\}$, 则集合 C 的元素个数为 ()
A. 2 B. 3 C. 4 D. 5
- [2024·黑龙江哈尔滨模拟] 如图, 已知全集 $U=\mathbf{R}$, 集合 $A=\{x|x<-1 \text{ 或 } x>4\}$, $B=\{x|-2\leq x\leq 3\}$, 那么阴影部分表示的集合为 ()



- A. $\{x|-1\leq x\leq 3\}$
B. $\{x|x\leq 3 \text{ 或 } x\geq 4\}$
C. $\{x|-2\leq x\leq -1\}$
D. $\{x|-2\leq x<4\}$
- 已知集合 $A=\{0,1,2\}$, $B=\{1,2,3\}$, 若集合 $C=\{z\in\mathbf{N}^*|z=xy, x\in A, y\in B\}$, 则 C 的子集的个数为 ()
A. 8 B. 16 C. 32 D. 64
- [2024·广东广州模拟] 若 $m\in\{1,3,4,m^2\}$, 则 m 的可能取值的集合为 ()
A. $\{0,1,4\}$ B. $\{0,3,4\}$
C. $\{-1,0,3,4\}$ D. $\{0,1,3,4\}$
- [2025·河北石家庄期末] 已知集合 $A=\{x|\log_2(x-1)<2\}$, $B=\{x|m<x<2m+1\}$, 若 $B\neq\emptyset$ 且 $B\subseteq A$, 则 m 的取值范围为 ()
A. $[1,2]$ B. $[1,3]$
C. $[1,+\infty)$ D. $(-\infty,3]$

- (多选题)[2024·江苏盐城联考] 已知集合 $A=\{x|1<x<4\}$, $B=\{x|x^2-(a+1)x+a<0\}$, 则下列说法中正确的是 ()
A. 若 $A\cup B=B$, 则 $a\geq 4$
B. 若 $A\cup B=A$, 则 $1\leq a\leq 4$
C. 若 $B\cap A=B$, 则 $1<a<4$
D. 若 $A\cap B=\emptyset$, 则 $a<1$
- [2025·陕西西安期末] 已知集合 $A=\{x|x^2-2x+9-a=0\}$, $B=\{x|ax^2-4x+1=0, a\neq 0\}$, 若集合 A, B 中至少有一个非空集合, 则实数 a 的取值范围是_____.
- 若 $\{x|0\leq x\leq 1\}\cap\{x|x^2-2x+m>0\}=\emptyset$, 则实数 m 的取值范围为_____.

综合提升

- 已知集合 $M=\{x|x=4n+1, n\in\mathbf{Z}\}$, $N=\{x|x=3n+1, n\in\mathbf{Z}\}$, $P=\{x|x=12n+1, n\in\mathbf{Z}\}$, 则 ()
A. $M\subsetneq P$ B. $N\subsetneq P$
C. $M\cap N\subseteq P$ D. $M\cap N=\emptyset$
- (多选题)[2024·吉林长春模拟] 对于集合 A , 若 $\forall x\in A, 2-x\in A$, 则称 A 为对偶互存集. 下列集合为对偶互存集的是 ()
A. $\{-1,0,1,2,3\}$
B. $\{x|x=2k-1, k\in\mathbf{Z}\}$
C. $\left\{y\left|y=\frac{1}{x-1}\right.\right\}$
D. $\{y|y=1+\sin x\}$
- 已知集合 $A=\{x|4x^2-x-5>0\}$, $B=\{x|x>m\}$, 若 $m=0$, 则 $(\complement_{\mathbf{R}}A)\cap B=$ _____; 若 $A\cup B=\mathbf{R}$, 则 m 的取值范围为_____.

班级

姓名

答题卡

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

第3讲 等式性质与不等式性质 (时间:45分钟)

夯实基础

1. 已知 $a > b > c > 0$, 则 ()

- A. $a > b + c$ B. $a^2 < bc$
C. $ac > b^2$ D. $ab + bc > b^2 + ac$

2. 已知 $a, b \in \mathbf{R}$, 则“ $\frac{1}{\sqrt{a}} < \frac{1}{\sqrt{b}}$ ”是“ $a^3 > b^3$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件

3. [2024·吉林长春模拟] 已知 $\frac{\pi}{4} < \alpha < \beta < \frac{\pi}{2}$, 则

$2\alpha - 2\beta$ 的取值范围是 ()

- A. $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ B. $(-\frac{\pi}{2}, 0)$
C. $(-\pi, \pi)$ D. $(-\pi, 0)$

4. 若 $a, b \in \mathbf{R}$, 且 $a > b$, 则 ()

- A. $\frac{1}{a^2+1} < \frac{1}{b^2+1}$ B. $a^2b > ab^2$
C. $a^2 > ab > b^2$ D. $a > \frac{a+b}{2} > b$

5. [2025·陕西咸阳期末] 若 $a > b$, 则 ()

- A. $\ln(a-b) > 0$ B. $3a < 3b$
C. $a^3 - b^3 > 0$ D. $|a| > |b|$

6. 已知实数 m, n, p 满足 $m^2 + n + 4 = 4m + p$, 且 $m + n^2 + 1 = 0$, 则下列说法正确的是 ()

- A. $n \geq p > m$ B. $p > n > m$
C. $n > p > m$ D. $p > m > n$

7. (多选题)[2025·江西重点中学盟校联考] 已知 $a, b, c \in \mathbf{R}$, 且 $a > b, abc \neq 0$, 则下列不等式一定成立的是 ()

- A. $\frac{c}{a} < \frac{c}{b}$ B. $ac^2 > bc^2$
C. $c - a < c - b$ D. $2^a > 2^b$

8. [2025·山东青岛期末] 已知 $4 < a < 6, 3 < b < 4$, 则 $\frac{a+b}{b}$ 的取值范围是_____.

9. 能够说明“若 a, b, m 均为正数, 则 $\frac{b+m}{a+m} < \frac{b}{a}$ ”是真命题的一组 a, b 可以为 $a =$ _____, $b =$ _____. (写出一组即可)

10. [2024·河北石家庄二模] 若 $x, y, z \geq 0$, 且 $x + y + z = 4, 2x - y + z = 5$, 则 $M = 4x + 3y + 5z$ 的取值范围是_____.

班级
姓名

答题卡
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13

11. 某人计划购买一批商品,根据自身实际情况,他决定分两次进行购买,并且制订了两种不同的方案:方案一是每次购入一定数量的该商品;方案二是每次购入一定金额的该商品. 由于该商品价格并不稳定,预设两次购入的单价不同. 现假设两次购入的单价分别为 a_1, a_2 , 且 $a_1 \neq a_2$, 则下列说法正确的是 ()

- A. 当且仅当 $a_1 > a_2$ 时, 方案一的平均购买成本比方案二更低
- B. 当且仅当 $a_1 > a_2$ 时, 方案二的平均购买成本比方案一更低
- C. 无论 a_1, a_2 的大小关系如何, 方案一的平均购买成本比方案二更低
- D. 无论 a_1, a_2 的大小关系如何, 方案二的平均购买成本比方案一更低

12. (多选题) 已知 $a, b, c \in \mathbf{R}$, 则下列说法正确的是 ()

- A. 若 $ac^2 > bc^2$, 则 $a > b$
- B. 若 $a < b < 0$, 则 $a^2 > ab$
- C. 若 $c > a > b > 0$, 则 $\frac{a}{c-a} < \frac{b}{c-b}$
- D. 若 $a > b > 1$, 则 $a - \frac{1}{b} > b - \frac{1}{a}$

13. [2024 · 湖南张家界期末] 记 $\min\{a, b, c\}$ 为 a, b, c 中最小的数. 已知 $0 < x < y < z < 1$, 且 $y \leq 2x$, 则 $\min\{y-x, z-y, 1-z\}$ 的最大值为 _____.

14. 对于四个正数 x, y, z, w , 如果 $xw < yz$, 那么称 (x, y) 是 (z, w) 的“下位序对”, 设 a, b, c, d 均为正数, 且 (a, b) 是 (c, d) 的“下位序对”, 求 $\frac{c}{d}, \frac{a}{b}, \frac{a+c}{b+d}$ 之间的大小关系.

第5讲 一元二次方程、不等式 (时间:45分钟)

夯实基础

1. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 4 < 0\}$, 集合 $B = \{x | x^2 - 4x + 3 < 0\}$, 则 $A \cup B =$ ()

A. $\{x | -2 < x < 1\}$

B. $\{x | -2 < x < 3\}$

C. $\{x | 1 < x < 2\}$

D. $\{x | 1 < x < 3\}$

2. 已知关于 x 的不等式 $x^2 \leq ax - b$ 的解集是 $\{4\}$, 那么 $\log_a b =$ ()

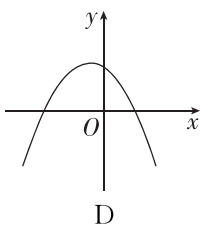
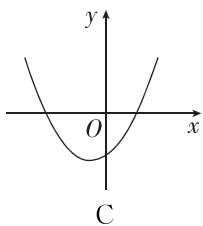
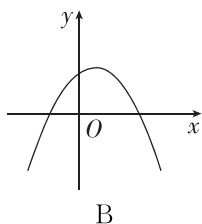
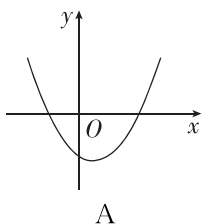
A. 1

B. $\frac{3}{4}$

C. 12

D. $\frac{4}{3}$

3. [2025 · 福建福州模拟] 若不等式 $cx^2 + ax + b > 0$ 的解集为 $\left\{x \mid -1 < x < \frac{1}{2}\right\}$, 则函数 $y = ax^2 + bx - c$ 的图象大致为 ()



4. 已知 $x \in \mathbf{R}$, 则“ $-1 \leq x \leq 2$ ”是“ $\frac{x-2}{x+1} \leq 0$ ”的 ()

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

5. [2025 · 辽宁沈阳期末] 不等式 $\frac{(x+3)(x-2)}{x-1} \geq 0$ 的解集为 ()

A. $[-3, 1) \cup [2, +\infty)$

B. $(-\infty, -3] \cup (1, 2]$

C. $[-3, 1) \cup (1, 2]$

D. $(-\infty, -3] \cup [2, +\infty)$

6. 已知“ $\exists x \in [0, 4], x^2 - 2x - 3 + a \geq 0$ ”是真命题, 则实数 a 的取值范围是 ()

A. $\{a | a \leq -4\}$

B. $\{a | a \geq 4\}$

C. $\{a | a \geq -5\}$

D. $\{a | a \geq 3\}$

7. (多选题) 若关于 x 的不等式 $x^2 - (m+1)x + m < 0$ 的解集中恰有三个整数, 则 m 的值可以是 ()

A. 1

B. $-\frac{5}{2}$

C. -3

D. 5

8. [2024 · 山东青岛模拟] 已知 x_1, x_2 是关于 x 的方程 $x^2 - (k-2)x + k^2 + 3k + 5 = 0$ 的两个实根, 那么 $x_1^2 + x_2^2$ 的最大值是_____.

9. 若两个正实数 x, y 满足 $4x + y = xy$, 且存在这样的 x, y 使不等式 $x + \frac{y}{4} < m^2 + 3m$ (m 为常数) 有解, 则实数 m 的取值范围是_____.

第7讲 函数的单调性与最值 (时间:45 分钟)

夯实基础

1. [2024·江苏徐州期末] 函数 $f(x) = -\frac{1}{x-2}$ 的单调递增区间是 ()

- A. $(2, +\infty)$ B. $(-\infty, 2)$
C. $(-2, 2)$ D. $(-\infty, 2), (2, +\infty)$

2. [2024·北京顺义区模拟] 已知 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递减, 且 $x_0 > 0$, 则下列结论中一定成立的是 ()

- A. $f(x_0+1) > f(x_0)$
B. $f(x_0+1) < f(x_0)$
C. $f(x_0-1) > f(x_0)$
D. $f(x_0-1) < f(x_0)$

3. [2024·湖北武汉质检] 已知函数 $f(x) = x|x|$, 则关于 x 的不等式 $f(2x) > f(1-x)$ 的解集为 ()

- A. $(\frac{1}{3}, +\infty)$ B. $(-\infty, \frac{1}{3})$
C. $(\frac{1}{3}, 1)$ D. $(-1, \frac{1}{3})$

4. 已知函数 $y = x^2 + bx + c$ 在 $(-\infty, 1)$ 上是单调函数, 则 b 的取值范围是 ()

- A. $(-\infty, -2]$ B. $(-\infty, -2)$
C. $[-2, +\infty)$ D. $(-2, +\infty)$

5. [2024·福建南平期末] 函数 $f(x) = x^2 - 4|x| + 3$ 的单调递增区间是 ()

- A. $(-\infty, -2]$
B. $(-\infty, -2]$ 和 $[0, 2]$
C. $[-2, 2]$
D. $[-2, 0]$ 和 $[2, +\infty)$

6. (多选题) [2025·湖南长沙期末] 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, 对任意的实数 $x_1, x_2 (x_1 \neq x_2)$, 都满足 $x_1 f(x_1) + x_2 f(x_2) > x_1 f(x_2) + x_2 f(x_1)$, 则下列结论正确的是 ()

- A. 函数 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递减
B. $f(-5) < f(0) < f(1)$
C. $f(0) = 0$

D. $f(2x-1) < f(3-x)$ 的解集为 $(-\infty, \frac{4}{3})$

7. 函数 $y = \sqrt{2x-1} + \sqrt{5-2x} (\frac{1}{2} < x < \frac{5}{2})$ 的最大值是_____.

8. 函数 $y = \begin{cases} x^4, & -1 \leq x \leq 0, \\ (\frac{4}{3})^x, & 0 < x \leq 2 \end{cases}$ 的值域为_____.

9. 已知 $x < \frac{1}{2}, y > 2$, 且 $x + y - xy = 3$, 则 $x - y$ 的取值范围为_____.

班级	
姓名	
答题卡	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
11	
12	
13	

10. 设函数 $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$.

(1) 判断函数 $f(x)$ 在区间 $[-1, 1]$ 上的单调性, 并用定义证明结论;

(2) 若 $x \in [\frac{1}{2}, 3]$, 求函数 $g(x) = \frac{f(x^2)}{[f(x)]^2}$ 的取值范围.

12. (多选题) 已知函数 $f(x) = x + \frac{4}{x}$, $g(x) = x^2 - ax + 1$, 若对任意 $x_1 \in [1, 3]$, $x_2 \in [1, 3]$, 都有 $f(x_1) \geq g(x_2)$, 则实数 a 的值可以是 ()
A. -2 B. -3 C. 2 D. 3

13. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^3, & x \geq a, \\ -x^2 + 2a, & x < a, \end{cases}$ 若 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增, 则 a 的一个取值为 _____; 若 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上不具有单调性, 则 a 的取值范围是 _____.

14. 已知定义域在 $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(xy) = f(x) + f(y) - 4$, 且当 $x > 1$ 时, $f(x) > 4$.

(1) 求 $f(1), f(-1)$ 的值;

(2) 证明 $f(x)$ 是偶函数;

(3) 解不等式 $f(2) + f(x+2) < f(x-1) + 4$.

综合提升

11. [2025 · 浙江杭州期末] 已知函数 $f(x) =$

$$\begin{cases} 2x + 4\sqrt{3-x}, & x \leq 3, \\ -2x + 4\sqrt{x-3} + 12, & x > 3, \end{cases}$$

则 $f(x)$ 的值域为

()

- A. $(-\infty, 8]$ B. $(-\infty, 6]$
C. $[2, +\infty)$ D. $[4, +\infty)$

微专题 1 函数性质的综合应用 (时间:35 分钟)

夯实基础

- [2024·四川成都期末] 已知函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数,且在 $(0,+\infty)$ 上单调递减,设 $a=f(\log_4 \frac{1}{5})$, $b=f(2^{-\frac{4}{5}})$, $c=f(2^{-\frac{5}{4}})$, 则 a, b, c 的大小关系为 ()
 A. $a < b < c$
 B. $b < c < a$
 C. $c < b < a$
 D. $b < a < c$
- 若函数 $y=f(x+1)$ 是奇函数且在 $\mathbf{R}$ 上单调,则函数 $y=f(x)+1$ 的图象的对称中心是 ()
 A. $(-1,1)$ B. $(1,1)$
 C. $(-1,-1)$ D. $(-1,0)$
- [2025·山东泰安质检] 设 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数,且 $f(2+x)=f(-x)$,当 $-1 \leq x < 0$ 时, $f(x)=\log_2(-6x+2)$, 则 $f(\frac{25}{3})$ 的值为 ()
 A. 2 B. 1
 C. -1 D. -2
- [2025·陕西商洛期末] 已知 $y=f(x-1)$ 为偶函数,且 $f(x)$ 在 $[-1,+\infty)$ 上单调递增,若 $f(a-1) \leq f(1)$, 则实数 a 的取值范围是 ()
 A. $[-1,1]$ B. $[-2,2]$
 C. $[-3,3]$ D. $[-4,4]$
- [2024·江苏苏州期末] 若函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数,且 $f(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 上单调递减, $f(3)=0$, 则满足不等式 $xf(x) < 0$ 的 x 的取值范围是 ()
 A. $(-3,0) \cup (3,+\infty)$
 B. $(-3,0) \cup (0,3)$
 C. $(-\infty,-3) \cup (3,+\infty)$
 D. $(-\infty,-3) \cup (0,3)$

- (多选题) 已知 $f(x)$ 是定义域为 $\mathbf{R}$ 的奇函数,若 $y=f(2x+1)$ 的最小正周期为 1, 则下列说法中正确的是 ()
 A. $f(\frac{1}{4})+f(\frac{3}{4})=0$
 B. $f(\frac{1}{2})+f(\frac{3}{2})=0$
 C. $f(x)$ 图象的一个对称中心为 $(1,0)$
 D. $f(x)$ 图象的一条对称轴为 $x=\frac{1}{2}$
- (多选题) [2024·浙江杭州期末] 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, 且 $y=f(2x-1)$ 是奇函数, $y=f(x+1)$ 是偶函数, 则下列结论正确的是 ()
 A. $f(x)=f(x+4)$
 B. $f(11)=0$
 C. $f(2022)=-f(0)$
 D. $f(2023)=f(-1)$
- [2024·河北石家庄模拟] 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $[a-1,2a]$, 且 $y=f(x-1)$ 的图象关于直线 $x=1$ 对称, 当 $x \in [0,2a]$ 时, $f(x)$ 单调递减, 则关于 x 的不等式 $f(x-1) > f(2x-3a)$ 的解集是_____.

综合提升

- [2024·山西晋中模拟] 定义在 $(-1,1)$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x)=g(x)-g(-x)+2$, 对任意的 $x_1, x_2 \in (-1,1)$, $x_1 \neq x_2$, 恒有 $[f(x_1)-f(x_2)](x_1-x_2) > 0$, 则关于 x 的不等式 $f(3x+1)+f(x) > 4$ 的解集为 ()
 A. $(-\frac{1}{4},+\infty)$ B. $(-\frac{1}{4},0)$
 C. $(-\infty,-\frac{1}{4})$ D. $(-\frac{2}{3},0)$
- 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, $y=f(x+1)$ 为偶函数, $f(x)$ 为奇函数, 当 $x \in [0,1]$ 时 $f(x)=ax+b$, 若 $f(-1)+f(2)=1$, 则 $\sum_{i=1}^{2025} f(\frac{i}{2}) =$ _____.

班级

姓名

答题卡

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

微专题
1

作业手册

第10讲 指数与指数函数 (时间:45分钟)

夯实基础

1. 已知 $a + a^{-1} = 5$, 则 $a^{\frac{1}{2}} - a^{-\frac{1}{2}} =$ ()

A. $\sqrt{3}$ B. $-\sqrt{3}$

C. $\pm\sqrt{3}$ D. ± 2

2. [2024·辽宁抚顺质检] 已知函数 $f(x) = 2 + a^{2x-4}$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 的图象恒过定点 P , 则点 P 的坐标为 ()

A. $(0, 2)$ B. $(2, 3)$

C. $(2, 4)$ D. $(4, 0)$

3. [2024·福建龙岩质检] 已知 $a > 0$, 则“ $a > 3$ ”是“ $a^a > a^3$ ”的 ()

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

4. 已知集合 $A = \{x \mid x^2 - x - 2 \leq 0\}$, $B = \{x \mid 1 \leq 2^x \leq 8, x \in \mathbb{Z}\}$, 则 $A \cap B =$ ()

A. $[-1, 3]$ B. $\{0, 1\}$

C. $[0, 2]$ D. $\{0, 1, 2\}$

5. 已知 $3^m = 4$, $4^m - a = 4$, $2^m - b = 2$, 则下列说法正确的是 ()

A. $a < b$ B. $a > b$

C. $a = b$ D. $a = -b$

6. [2024·吉林一模] 若函数 $f(x) =$

$$\begin{cases} a^x (x > 1), \\ \left(4 - \frac{a}{2}\right)x + 2 (x \leq 1) \end{cases}$$

是 $\mathbf{R}$ 上的单调函数, 则实

数 a 的取值范围为 ()

A. $(1, +\infty)$ B. $(1, 8)$

C. $(4, 8)$ D. $[4, 8)$

7. 若 $\frac{1}{3} < \left(\frac{1}{3}\right)^b < \left(\frac{1}{3}\right)^a < 1$, 则 ()

A. $a^a < a^b < b^a$

B. $a^a < b^a < a^b$

C. $a^b < a^a < b^a$

D. $a^b < b^a < a^a$

8. (多选题) [2024·辽宁本溪期末] 已知函数

$$f(x) = 2^{|x|}, g(x) = 2^{|x-1|}, \text{ 则 } ()$$

A. $f(x)$ 与 $g(x)$ 具有相同的最小值

B. $f(x)$ 与 $g(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上具有相同的单调性

C. $f(x)$ 与 $g(x)$ 都是轴对称图形

D. $f(x)$ 与 $g(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 上具有相反的单调性

9. [2025·广东茂名模拟] 定义运算: $a \otimes b =$

$$\begin{cases} b, a \geq b, \\ a, a < b. \end{cases}$$

则函数 $f(x) = 3^{-x} \otimes 3^x$ 的值域

为_____.

班级	
姓名	
答题卡	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
11	
12	
13	

10. 已知函数 $f(x) = 4^x - a \cdot 2^x - a + 5 (a \in \mathbf{R})$.
- (1) 若 $a = 2$, 求 $f(x)$ 在 $[-1, 1]$ 上的最大值和最小值;
- (2) 若 $f(x) \geq 0$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上恒成立, 求 a 的取值范围.

13. [2025 · 江苏连云港五校联考] 设 $x \in \mathbf{R}$, 用 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数, 则 $y = [x]$ 称为高斯函数. 例如: $[2.1] = 2, [-3.1] = -4$. 已知函数 $f(x) = \frac{2^x + 3}{1 + 2^{x+1}}$, 则 $[f(-1)] =$ _____, 函数 $y = [f(x)]$ 的值域为 _____.

14. [2024 · 四川南充二中模拟] 已知 $f(x) = a + \frac{b}{2^x - 1}$ 是其定义域上的奇函数, 且 $f(-1) = -3$.
- (1) 求 $f(1)$ 的值;
- (2) 求 a 与 b 的值, 并求出 $f(x)$ 的解析式 (注明定义域);
- (3) 判断 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上的单调性, 并根据定义证明.

综合提升

11. [2024 · 天津河西区二模] 已知 $f(x) = |2^x - 1|$, 当 $a < b < c$ 时, $f(a) > f(c) > f(b)$, 则有 ()
- A. $a < 0, b < 0, c < 0$
- B. $a < 0, b > 0, c > 0$
- C. $2^{-a} < 2^c$
- D. $1 < 2^a + 2^c < 2$
12. (多选题) 已知函数 $f(x) = \frac{1}{2}e^x, g(x) = \frac{1}{2}e^{-x}$, 则 ()
- A. $y = f(x) + g(x)$ 是偶函数
- B. $f(2x) + g(2x) = [f(x) + g(x)]^2 + [f(x) - g(x)]^2$ 恒成立
- C. $y = f(x) + g(x)$ 的值域是 $(0, +\infty)$
- D. $y = f(x) - g(x)$ 的值域是 $[0, +\infty)$